

## VYROKOVA LOGIKA

**Zkratky:** (str. 18)

- ( A & B ) zkratka za  $\neg ( A \rightarrow \neg B )$   
( A v B ) zkratka za  $( \neg A \rightarrow B )$   
( A  $\leftrightarrow$  B ) zkratka za  $(( A \rightarrow B ) \& ( B \rightarrow A ))$

**Axiomy:** (str. 19)

- (A1)  $A \rightarrow ( B \rightarrow A )$   
(A2)  $( A \rightarrow ( B \rightarrow C ) ) \rightarrow [( A \rightarrow B ) \rightarrow ( A \rightarrow C )]$   
(A3)  $( \neg B \rightarrow \neg A ) \rightarrow ( A \rightarrow B )$

**Modus Ponens:** (str. 19)

Z formuli A a  $A \rightarrow B$  odvod B.

**Vety:**

(v1)  $A \rightarrow A$

(str. 20)

(veta o dedukci)  $T \vdash A \rightarrow B$  prave když  $T, A \vdash B$

(str. 21)

priklad:  $T \vdash A \rightarrow ( B \rightarrow C )$  prave když  $T, A, B \vdash C$   
prave když  $T \vdash B \rightarrow ( A \rightarrow C )$

(v2)  $\vdash \neg A \rightarrow ( A \rightarrow B )$

(str. 22)

(v3)  $\neg \neg A \rightarrow A$

(v4)  $\vdash A \rightarrow \neg \neg A$

(v5)  $\vdash ( A \rightarrow B ) \rightarrow ( \neg B \rightarrow \neg A )$

(v6)  $\vdash A \rightarrow ( \neg B \rightarrow \neg ( A \rightarrow B ) )$

(v7)  $\vdash ( \neg A \rightarrow A ) \rightarrow A$

(str. 23, 24)

(lemma o neutralni formuli)

$T$  ... mnozina formulí, A, B ... formule  
je-li  $T, A \vdash B$  a  $T, \neg A \vdash B$ , potom  $T \vdash B$   
(str. 25)

(veta o uplnosti) A libovolna formule

$\vdash A$  prave když  $\vDash A$

(str. 27)

(dusledek) mnozina formulí vyrokove logiky je bezsporna, prave když je splnitelna

(str. 28)

(veta o uplnosti vyrokove logiky)

$T$  ... mnozina formulí, A ... formule  
 $T \vdash A$  prave když  $T \vDash A$   
(str. 29)

(v8)  $A \& B \vdash A$      $A \& B \vdash B$

(v9)  $A, B \vdash A \& B$

(str. 30)

(idempotence)  $\vdash A \leftrightarrow ( A \& A )$

(komutativnost)  $\vdash ( A \& B ) \rightarrow ( B \& A )$

(asociativnost)  $\vdash (( A \& B ) \& C ) \leftrightarrow ( A \& ( B \& C ) )$

( )  $\vdash ( A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots ( A_n \rightarrow B ) \dots ) \leftrightarrow ( A_1 \& A_2 \& \dots A_n ) \rightarrow B$

(str. 31)

(veta o ekvivalenci)

A' vznikne z A nahrazenim nekterych vyskytu podformuli  $A_1, A_2, \dots, A_n$  formulemi  $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ . Je-li

$\vdash A_1 \leftrightarrow A'_1, \dots, A_n \leftrightarrow A'_n$  potom  $\vdash A \leftrightarrow A'$

(str. 31)

(de morganova pravidla)

$\vdash \neg ( A \& B ) \leftrightarrow ( \neg A \vee \neg B )$

$\vdash \neg ( A \vee B ) \leftrightarrow ( \neg A \& \neg B )$

(str. 32)

(dusledek)

$\vdash A \rightarrow ( A \vee B )$

$\vdash B \rightarrow ( A \vee B )$

$\vdash A \leftrightarrow ( A \& A )$  (idempotence)

$\vdash ( A \vee B ) \leftrightarrow ( B \vee A )$  (komutativnost)

$\vdash (( A \vee B ) \vee C ) \leftrightarrow ( A \vee ( B \vee C ) )$  (asociativnost)

(str. 32)

(veta o dukazu rozborem formulí)  $T$  ... mnozina formulí, A, B, C ... formule

$T, A \vee B \vdash C$  prave když  $T, A \vdash C$  a  $T, B \vdash C$

(str. 33)

(dusledek distributivity)  $\vdash ( A \vee ( B \& C ) ) \leftrightarrow (( A \vee B ) \& ( A \vee C ) )$

$\vdash ( A \& ( B \vee C ) ) \leftrightarrow (( A \& B ) \vee ( A \& C ) )$

(str. 33)

(veta) ke kazde formule A z vyrokove logiky lze sestroit formuli  $A_k$  v konjunktivnim tvaru a formuli  $A_d$  v disjunktivnim tvaru (str. 35)

## PREDIKATOVA LOGIKA

### Zkratka:

$\exists x$  zkratka za  $\neg (\forall x) \neg A$

**(veta)** P ... množina všech atomických formulí jazyka L a všech formulí  $(\forall x)B$  a  $(\exists x)B$ , kde x je nějaká proměnná a B formule jazyka L  
A ... formule jazyka L  
Je-li A tautologie výrokové logiky nad P, A je větou predikátové logiky.  
(str. 55)

**(schema specifikace)** A formule, x proměnná, t term (substituovatelný do A za x)  
 $(\forall x)A \rightarrow A_x[t]$  je axiom predikátové logiky

**(schema preskoku)** A, B formule, x proměnná bez volného vyskytu v A  
 $(\forall x)(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (\forall x)B)$

**(pravidlo generalizace)** z A odvodíme  $(\forall x)A$   
(str. 55)

(axiomy a modus ponens) *zustavají*

**(pravidlo zavedení  $\forall$ )** x nemá volný výskyt v A  
 $\vdash A \rightarrow B$  pak  $\vdash A \rightarrow (\forall x)B$   
(str. 56)

**(lemma)**  $\vdash Ax[t] \rightarrow (\exists x)A$

x nemá volný výskyt v B,  $\vdash A \rightarrow B$  pak  $\vdash (\exists x)A \rightarrow B$   
(str. 56)

**(lemma)** A' je instancí A, potom je-li  $\vdash A$  pak také  $\vdash A'$   
(str. 57)

**(lemma)**  $\vdash (\forall x_1) \dots (\forall x_n)A \rightarrow A_{x_1 \dots x_n}[t_1 \dots t_n]$   
 $\vdash A_{x_1 \dots x_n}[t_1 \dots t_n] \rightarrow (\exists x_1) \dots (\exists x_n)A$   
(str. 58)

**(dusledek)**  $\vdash (\forall x_1) \dots (\forall x_n)A \leftrightarrow (\forall x_{\Pi(1)}) \dots (\forall x_{\Pi(n)})A$   
 $\vdash (\exists x_1) \dots (\exists x_n)A \leftrightarrow (\exists x_{\Pi(1)}) \dots (\exists x_{\Pi(n)})A$

**(veta o uzavěru)** A' uzavěru A  
 $\vdash A$  právě když  $\vdash A'$   
(str. 59)

**(distribuce kvantifikátoru)** je-li  $\vdash A \rightarrow B$  potom  $\vdash (\forall x)A \rightarrow (\forall x)B$  a  $\vdash (\exists x)A \rightarrow (\exists x)B$   
(str. 59)

**(veta o ekvivalenci)** A' vznikne z A nahrazením některých podformulí  $B_1 \dots B_n$  po řadě formulí  $B'_1 \dots B'_n$ . je-li  
 $\vdash B_i \leftrightarrow B'_i$  pro  $i=1, 2, \dots, n$   
potom  
 $\vdash A \leftrightarrow A'$   
(str. 59)

**(veta o variantách)** A' je varianta A, potom  $\vdash A \leftrightarrow A'$   
(str. 60)

**(veta o dedukci)** T množina formulí, A uzavřená formule, B libovolná formule  
T  $\vdash A \rightarrow B$  právě když T, A  $\vdash B$   
(str. 60)

**(veta o konstantách)** T množina formulí jazyka L, A formule jazyka L, L' vznikne z L rozšířením o nové symboly pro konstanty.  $c_1 \dots c_n$  nové konstanty,  $x_1 \dots x_n$  proměnné  
T  $\vdash A_{x_1 \dots x_n}[c_1 \dots c_n]$  právě když T  $\vdash A$   
(str. 61)

### Poznámky:

- čísla stránek jsou uvedena vzhledem ke skriptum prof. Stepanka (ze kterých jsem tento hrubý výtah dělala):  
[http://ktiml.mff.cuni.cz/downloads/Pl\\_ps.zip](http://ktiml.mff.cuni.cz/downloads/Pl_ps.zip)
- chyby a připomínky posílejte na [s0cket@seznam.cz](mailto:s0cket@seznam.cz)
- verze 0.1, 2006/05/06